

# 非解析复变电力系统电压稳定的动态分析方法

刘光晔<sup>1</sup>, 施海亮<sup>1</sup>, 杨以涵<sup>2</sup>

(1. 湖南大学电气与信息工程学院, 湖南省 长沙市 410082;

2. 华北电力大学电气与电子工程学院, 北京市 昌平区 102206)

## Comprehensive Dynamic Analysis Method for Power System Static Voltage Stability

LIU Guangye<sup>1</sup>, SHI Hailiang<sup>1</sup>, YANG Yihan<sup>2</sup>

(1. College of Electrical and Information Engineering, Hunan University, Changsha 410082, Hunan Province China; 2. School of Electrical & Electronic Engineering, North China Electric Power University, Changping District, Beijing 102206, China)

**ABSTRACT:** As power system is a non-analytical complex variable system, node voltages are not analytical complex-variable function of load current. In the plural domain, node voltages are not directly derivative of the load current, so there are still no papers using dynamic analytic method to study power system voltage stability. In this paper, the dynamic analytic method of non-analytical complex was derived; the comprehensive dynamic equivalent impedance of power system was defined; and the necessary condition when power system achieves limit transmission is that the comprehensive dynamic equivalence impedance mode is equal to load static equivalent impedance mode. By simulation and calculations, it proved that the necessary condition was right; load impedance modulus margin can accurately describe the system load node voltage stability level. Dynamic analytic method set a theoretical foundation to establish power system nonlinear equivalent model, and to apply nonlinear equivalent model to calculate limit power quickly and accurately. The maximum transmission power judgment criterion can be used to judge whether it is feasible to the solution of power flow equation for large-scale power system.

**KEY WORDS:** power system; comprehensive equivalent; voltage stability; dynamic analysis; dynamic impedance

**摘要:** 由于电力系统是非解析复变系统, 节点电压不是负荷电流的解析复变函数。在复数域内, 节点电压不能直接对负荷电流求导, 所以尚没有文献应用动态分析方法研究电力系统的电压稳定性。提出非解析复变电力系统的动态分析方法, 定义电力系统综合动态等值阻抗, 证明电力系统达到极大传输功率的必要条件是系统综合动态等值阻抗模等于负荷静态等值阻抗模。仿真计算表明: 电力系统极大传输功率的必要条件是正确, 阻抗模裕度最小值决定系统电压稳定整体水平, 重点监控最小阻抗模裕度节点的电压稳定水平最有价值。动态分析方法为进一步建立电力系统非线性等值模

型及应用非线性等值模型快速准确计算极限潮流提供了理论基础。电力系统极大传输功率判据也可用于判断大规模电力系统潮流解是否可行。

**关键词:** 电力系统; 电压稳定; 综合等值; 动态分析; 动态阻抗

## 0 引言

从负荷节点看, 任何复杂的电力系统都可以用综合动态等值方法来简化网络模型。在潮流方程中, 因为电源或负荷都采用注入功率模型, 所以电力系统节点电压不是注入节点电流的解析复变函数。非线性电路中的动态分析方法, 不能直接应用到复变电力系统的分析中。

20 世纪 90 年代左右, 就有文献采用戴维南等值进行电压稳定性的分析<sup>[1]</sup>, 利用戴维南等值参数的信息反映系统运行状态<sup>[2-4]</sup>。许多学者对戴维南等值参数跟踪估计算法进行了研究<sup>[5-7]</sup>, 通过建立 PV 曲线解析表达式或建立比函数来跟踪估计节点的戴维南等值参数<sup>[8-9]</sup>。获取准确的戴维南等值参数, 成为利用戴维南等值参数信息正确反映系统运行状态的关键。无论是戴维南等值参数还是节点负荷阻抗都不是固定不变的, 他们依赖于网络拓扑结构、系统运行模式、发电状况以及无功电源等诸多因素, 因此需要及时跟踪戴维南等值参数。目前广泛应用的基于当地测量的戴维南等值参数跟踪辨识方法, 具有计算速度快反应信息及时等良好特性<sup>[10]</sup>。其主要缺点是: 需要两个时间窗的测量数据, 测量时间间隔较大, 则戴维南等值参数可能发生变化; 测量时间间隔较小, 则可能遇到严重的病态方程组带来的解数值不稳定现象, 即会产生戴维南等

值参数的漂移问题<sup>[11-12]</sup>。

现有的理论分析方法，一般假定 2 个邻近运行状态的系统等值阻抗与等值电势近似不变，由此确定戴维南等值电路参数<sup>[13]</sup>。事实上非线性电力系统的等值阻抗与等值电势均是非线性参数，等值电势对扰动电流信号的变化率实质上表现为阻抗性质，这个变化率称之为电路的动态阻抗。判断系统电压稳定临界状态的必要条件仅与系统阻抗模的大小有关，而与系统电势的大小无关，上述假设恰恰忽略了动态阻抗是影响电压稳定性的最关键因素。戴维南等值原理的本质是，应用割线法近似计算切线的斜率<sup>[14-15]</sup>。该方法不仅计算效率低，而且不能推广到电力系统非线性等值的泰勒级数计算中。

复杂非线性实变系统的综合等值电路，可以用节点电压与注入该节点电流的关系曲线综合描述。根据非线性电路分析原理，电压与电流关系曲线的斜率就是系统的综合动态等值电阻。同样地，在电力系统中，如果直接考察节点电压与注入该节点电流的复变函数关系，那么复变电压与复变电流的关系曲线，也可以描述电力系统参数的非线性性质。由于电力系统是非解析复变系统，在复数域内，节点电压不能直接对负荷电流求导，所以尚没有文献应用动态分析方法研究电力系统的电压稳定性。

本文将提出非解析复变电力系统的动态分析方法，定义电力系统综合动态等值阻抗，证明电力系统极大传输功率的必要条件。动态分析方法为进一步建立电力系统非线性等值模型及用非线性等值模型快速准确计算极限潮流提供了理论基础。

## 1 简单非线性复变电路分析方法

图 1(a)所示简单非线性系统，假定电流正方向是从电源流向负荷。

设节点电压是输出电流的非线性复变函数：

$$\dot{U}(i) = e(I_x, I_y) + jf(I_x, I_y)$$

如果电压对电流是解析可导的，定义复变系统

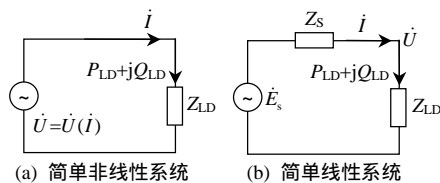


图 1 简单非线性系统动态等值原理

Fig. 1 Dynamic equivalent of a simple nonlinear system

的综合动态等值阻抗为

$$-d\dot{U}(i)/di = Z_{THEV} = R_{THEV} + jX_{THEV} \quad (1)$$

对于系统是恒定电势源与恒定内阻抗的线性等值电路，见图 1(b)，则有

$$\dot{U}(i) = \dot{E}_s - Z_s i \quad (2)$$

根据定义，式(2)直接对  $i$  求导，得到系统的动态等值阻抗为  $Z_s$ 。这表明，式(1)定义动态等值阻抗的物理意义是正确的。在非线性复变电路中，复变电压对复变电流的导数也是动态等值阻抗。复变函数可导的条件是，复变函数必须是解析函数。根据解析复变函数求导法则(柯西-黎曼方程)，有

$$\begin{cases} R_{THEV} = -\partial e(i)/\partial I_x = -\partial f(i)/\partial I_y \\ X_{THEV} = \partial e(i)/\partial I_y = -\partial f(i)/\partial I_x \end{cases} \quad (3)$$

图 1(a)中，负荷阻抗端口电压与电流的关系为

$$\begin{cases} e(i) = R_{LD} I_x - X_{LD} I_y \\ f(i) = X_{LD} I_x + R_{LD} I_y \end{cases} \quad (4)$$

负荷吸收的功率为

$$\begin{cases} P_{LD} = e(i)I_x + f(i)I_y \\ Q_{LD} = f(i)I_x - e(i)I_y \end{cases} \quad (5)$$

假定负荷功率因数恒定，有

$$kP_{LD} - Q_{LD} = 0 \quad (6)$$

式中  $k$  为常数。构造拉格朗日函数：

$$F_P(I_x, I_y) = P_{LD} + \lambda(kP_{LD} - Q_{LD}) \quad (7)$$

式中  $\lambda$  为拉格朗日乘数。将式(5)代入式(7)，根据拉格朗日乘数法，式(5)有功功率取极值的必要条件为

$$\begin{cases} \frac{\partial F_P}{\partial I_x} = (1 + \lambda k) \frac{\partial P_{LD}}{\partial I_x} - \lambda \frac{\partial Q_{LD}}{\partial I_x} = 0 \\ \frac{\partial F_P}{\partial I_y} = (1 + \lambda k) \frac{\partial P_{LD}}{\partial I_y} - \lambda \frac{\partial Q_{LD}}{\partial I_y} = 0 \end{cases} \quad (8)$$

将式(3)~(5)代入式(8)得到：

$$[(1 + \lambda k)A - \lambda B] \begin{bmatrix} I_x \\ I_y \end{bmatrix} = 0 \quad (9)$$

式中： $A = \begin{bmatrix} m & -h \\ h & m \end{bmatrix}$ ， $B = \begin{bmatrix} g & n \\ -n & g \end{bmatrix}$ ， $m = R_{LD} - R_{THEV}$ ， $n = R_{LD} + R_{THEV}$ ， $g = X_{LD} - X_{THEV}$ ， $h = X_{LD} + X_{THEV}$ 。

式(9)中，电流有非零解的必要条件是其系数矩阵奇异。故令  $|(1 + \lambda k)A - \lambda B| = 0$ ，即

$$[(1 + \lambda k)m - \lambda g]^2 + [(1 + \lambda k)h + \lambda n]^2 = 0$$

$$\begin{cases} (1+\lambda k)m - \lambda g = 0 \\ (1+\lambda k)h + \lambda n = 0 \end{cases} \quad (10)$$

由式(10)解得  $mn+gh=0$ 。于是, 负荷有功功率取极大值的必要条件为

$$R_{LD}^2 + X_{LD}^2 = R_{THEV}^2 + X_{THEV}^2 \quad (11)$$

式(11)表明, 非线性解析复变系统中, 负荷有功功率取极大值的必要条件是, 负荷静态等值阻抗模等于系统动态等值阻抗模。负荷有功功率达到极大值时, 对应电压稳定临界状态。

如果负荷功率因数不恒定, 负荷有功功率达到极值的必要条件仍然为式(11)。事实上, 只要将功率因数约束方程式(6)改写成

$$kP_{LD} + C - Q_{LD} = 0 \quad (12)$$

式中  $C$  为常数。式(12)中, 令  $k=0$ , 便是无功功率为恒定值  $C$  的情形, 并不影响式(11)的结论。

## 2 电力系统的极大传输功率

### 2.1 复变电力系统的非解析特性分析

在复变函数中, 重要的不是只在个别点可导的函数, 而是所谓的解析函数。例如: 设复变量为  $z = x + jy$ , 如果  $f(z) = z = x + jy$ , 则  $f(z)$  是解析函数; 如果  $f(z) = \hat{z} = x - jy$ , 则  $f(z)$  不是解析函数。根据《复变函数》中的定义, 函数在区域内解析与在区域内可导是等价的。复变函数解析的条件是, 必须满足式(3)表示的柯西-黎曼方程。

因为电力系统中的电源或负荷采用注入功率模型, 节点电压不是注入节点电流的解析复变函数, 所以电力系统是非解析复变系统。电力系统中, 设注入节点复功率为  $S$ , 则节点电压与注入节点电流的函数关系为  $\dot{U}(\dot{I}) = S / \hat{I}$ 。  $\dot{U}(\dot{I})$  的表达式中包含有电流的共轭  $\hat{I}$ , 显然  $\dot{U}(\dot{I})$  不是  $\dot{I}$  的解析复变函数。另外, 在交流电路中, 如果只有阻抗元件, 则该系统就是解析复变系统。

考察电力系统节点电压与注入节点电流的非线性关系, 电力系统既是非线性系统, 也是非解析复变系统。在潮流计算初始点, 将节点电压展开为某一参变量的泰勒级数, 可以快速计算电压稳定鞍结分岔点。因为节点电压不是负荷电流的解析函数, 所以在复数域内, 复变电压不能直接展开为复变电流的泰勒级数, 必须选择实数参变量。

电力系统中, 注入系统功率是扰动变量或控制变量, 节点电压与注入节点电流是状态变量。取注入系统功率为参变量, 根据复合函数求导的链式法

则, 模仿式(1), 定义电力系统的动态等值阻抗为

$$-\frac{d\dot{U} / d\lambda}{d\dot{I} / d\lambda} = -\frac{d\dot{U}}{d\dot{I}} = Z_{THEV} \quad (13)$$

式中  $\lambda$  为注入系统功率参变量。用式(13)定义电力系统动态等值阻抗的目的是: 将解析复变系统极限传输功率判据严格推广到非解析复变电力系统。只有根据系统极限传输功率判据, 才能进一步应用电力系统非线性等值模型, 计算负荷的极限功率及其电压稳定临界电压。

但是, 为了证明电力系统极限传输功率判据, 不能直接取注入系统功率  $\lambda$  作为参变量。因为注入功率不能既作为目标函数, 又作为目标函数中的参变量, 所以必须替换式(13)中的功率参变量。电力系统沿功率变化运行方向, 节点电压的实部与虚部、注入节点电流的实部与虚部都与运行状态有一一对应的关系。原则上, 反映系统运行状态的任意实变量都可以作为参变量。例如, 取注入节点电流的实部  $I_x$  作为系统运行状态参变量, 有

$$\begin{cases} \dot{I} = I_x + jI_y \\ I_y = \zeta(I_x) \end{cases} \quad (14)$$

根据式(14), 式(13)可以改写成

$$-\frac{d\dot{U} / dI_x}{d\dot{I} / dI_x} = -\frac{e'(\dot{I}) + jf'(\dot{I})}{1 + j\zeta'} = Z_{THEV} \quad (15)$$

式中:

$$\begin{cases} \zeta'(I_x) = \frac{dI_y}{dI_x} \\ e'(\dot{I}) = \frac{de(\dot{I})}{dI_x} = \frac{\partial e(\dot{I})}{\partial I_x} + \frac{\partial e(\dot{I})}{\partial I_y} \zeta' \\ f'(\dot{I}) = \frac{df(\dot{I})}{dI_x} = \frac{\partial f(\dot{I})}{\partial I_x} + \frac{\partial f(\dot{I})}{\partial I_y} \zeta' \end{cases} \quad (16)$$

### 2.2 电力系统极大传输功率的必要条件

将式(16)简写为

$$\begin{cases} \alpha = e'(\dot{I}) = \frac{\partial e(\dot{I})}{\partial I_x} + \frac{\partial e(\dot{I})}{\partial I_y} \zeta' \\ \beta = f'(\dot{I}) = \frac{\partial f(\dot{I})}{\partial I_x} + \frac{\partial f(\dot{I})}{\partial I_y} \zeta' \end{cases} \quad (17)$$

根据式(15), 有

$$|Z_{THEV}|^2 = (\alpha^2 + \beta^2) / (1 + \zeta'^2) \quad (18)$$

根据拉格朗日乘数法, 在式(6)约束条件下, 式(5)的有功功率与无功功率取极值的必要条件为

$$\begin{cases} \frac{\partial F_P}{\partial I_x} = (1 + \lambda k) \frac{\partial P_{LD}}{\partial I_x} - \lambda \frac{\partial Q_{LD}}{\partial I_x} = 0 \\ \frac{\partial F_Q}{\partial I_x} = (1 - \lambda) \frac{\partial Q_{LD}}{\partial I_x} + \lambda k \frac{\partial P_{LD}}{\partial I_x} = 0 \end{cases} \quad (19)$$

式中 $\lambda$ 为拉格朗日乘数。将式(4)(17)代入式(19)得：

$$(C + D)[I_x \ I_y]^T = 0 \quad (20)$$

注意到式(17)的简写格式，式(20)中参数：

$$C = \begin{bmatrix} p & q \\ r & s \end{bmatrix}$$

$$D = \lambda \begin{bmatrix} X_{LD}p - R_{LD}r & X_{LD}q + R_{LD}s \\ X_{LD}p - R_{LD}r & X_{LD}q + R_{LD}s \end{bmatrix}$$

$$p = \alpha + R_{LD} + X_{LD}\zeta', \quad q = \beta - X_{LD} + R_{LD}\zeta'$$

$$r = \beta + X_{LD} - R_{LD}\zeta', \quad s = \alpha - R_{LD} - X_{LD}\zeta'$$

式(20)有非零解的必要条件是 $|C+D|=0$ ，故令 $(1+\lambda k-\lambda)(ps-qr)=0$ ，而 $1+\lambda k-\lambda \neq 0$ ，则 $ps-qr=0$ ，即

$$\alpha^2 + \beta^2 - (R_{LD}^2 + X_{LD}^2)(1 + \zeta'^2) = 0$$

或者

$$(R_{LD}^2 + X_{LD}^2) = (\alpha^2 + \beta^2) / (1 + \zeta'^2) \quad (21)$$

比较式(18)与(21)，有

$$|Z_{THEV}| = |Z_{LD}| \quad (22)$$

因为注入节点电流是系统内部节点电压的线性组合，所以拉格朗日乘数法中的目标函数已经包含潮流方程约束条件。潮流雅可比矩阵奇异与负荷功率取极大值的必要条件(22)是等价的，所以综合动态等值方法可以推广应用到大规模电力系统。

式(22)表明，非解析复变电力系统负荷节点有功功率达到极大值的必要条件是，负荷静态等值阻抗模等于系统动态等值阻抗模。应用电力系统极限传输功率判据，结合电力系统非线性等值模型，可以解析计算电压稳定临界电压，可以加快鞍结分岔点潮流计算速度。

该判据也可用于判断大规模电力系统潮流解是否可行。如果 $|Z_{LD}| > |Z_{THEV}|$ ，则系统潮流解理论上是可行解，结论等价于雅可比矩阵特征根判据，但是计算与分析简单直观。

电力系统潮流方程是一个特殊的二次型方程组，它具有如下特定的性质：1) 在方程组中，电压变量受网络方程的约束；2) 注入节点电流是系统内部节点电压的线性组合，通过引入电流辅助变量，可以大大简化分析过程；3) 在系统网络中，节点电压与注入节点电流有一一对应的关系，识辨

简单直观；4) 注入节点有功功率与无功功率仅仅是电流与电压的乘积，功率极大值判据简单。充分应用上述特点，将大规模电力系统功率极值寻优问题转换为简单的综合动态等值电路分析，这是本文提出电力系统分散动态等值方法的思想基础。

### 3 计算方法与仿真分析

#### 3.1 系统动态等值参数计算方法

直角坐标下，电力系统潮流方程为

$$W = F(U, \dot{U}_n) \quad (23)$$

式中 $\dot{U}_n$ 为平衡节点电压； $W = [P_{1S} \ Q_{1S} \ \cdots \ P_{(n-1)S} \ Q_{(n-1)S}]^T$ ；

$U = [e_1 \ f_1 \ \cdots \ e_{n-1} \ f_{n-1}]^T$ 。

注入节点功率为

$$\begin{cases} P_{is} = P_{is}(\lambda) \\ Q_{is} = Q_{is}(\lambda) \end{cases} \quad (24)$$

式中 $\lambda$ 为控制系统功率变化的参数。式(23)对 $\lambda$ 求导数，并令 $\lambda = \lambda_0$ 及 $U = U_0$ 。注意到PV节点电压幅值为常数，电压平方对 $\lambda$ 的导数为零，有

$$\frac{dW}{d\lambda} = J \frac{dU}{d\lambda} \quad (25)$$

式中 $J = dF/dU$ ，恰好是初始状态潮流计算收敛的雅可比矩阵。由式(25)解得

$$\frac{dU}{d\lambda} = J^{-1} \frac{dW}{d\lambda} \quad (26)$$

在式(26)的求解过程中，仅仅用到潮流计算已保存的雅可比矩阵分解因子表，其计算量很小。

对于PQ节点 $i$ ，有

$$\dot{I}_i = \hat{S}_i / \hat{U}_i \quad (27)$$

式中 $\hat{S}_i$ 为注入节点复功率。式(27)对 $\lambda$ 求导，有

$$\frac{d\dot{I}_i}{d\lambda} = \left( \frac{d\hat{S}_i}{d\lambda} - \dot{I}_i \frac{d\hat{U}_i}{d\lambda} \right) / \hat{U}_i \quad (28)$$

式(28)也可以用如下方法计算。网络方程为

$$I = YU \quad (29)$$

式中： $I = [\dot{I}_1 \ \dot{I}_2 \ \cdots \ \dot{I}_n]^T$ ； $U = [\dot{U}_1 \ \dot{U}_2 \ \cdots \ \dot{U}_n]^T$ 。

式(29)对 $\lambda$ 求导，得

$$\frac{dI}{d\lambda} = Y \frac{dU}{d\lambda} \quad (30)$$

将式(26)代入式(28)或(30)，得到电流对 $\lambda$ 的导数。因为式(27)假定注入电流为正，系统综合动态等值阻抗为

$$Z_{THEV} = \frac{d\dot{U}_i}{d\dot{I}_i} = \frac{d\dot{U}_i/d\lambda}{d\dot{I}_i/d\lambda} \quad (31)$$

由式(31), 系统综合动态等值电路见图2。

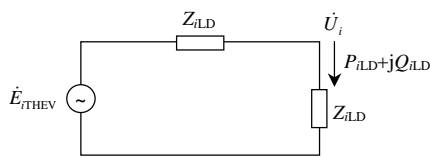


图2 电力系统PQ节点的线性化综合动态等值电路  
Fig. 2 Linearized comprehensive dynamic equivalent circuit of the power system PQ node

图2中, 易知戴维南等值电势为

$$\dot{E}_{iTHEV} = \dot{U}_i + Z_{iTHEV}(-\hat{S}_i)/\hat{U}_i \quad (32)$$

根据图2所示等值电路, 可以很方便地分析各节点的电压稳定性指标, 电压稳定性指标与系统中的具体节点有一一对应的关系。

必须指出, 因为节点电压不是电流的解析函数, 系统综合动态等值阻抗没有一般的复数意义, 由此计算的戴维南等值电势也没有一般的复数意义。

### 3.2 阻抗模裕度指标

电力系统线性化综合动态等值电路模型, 主要应用于电力系统电压安全稳定在线评估。基于它的局部指标法, 是在线监测系统最大传输能力的有效方法之一。定义负荷阻抗模裕度为

$$\mu_i = \frac{|Z_{iLD}| - |Z_{iTHEV}|}{|Z_{iLD}|} \quad (33)$$

阻抗模裕度指标 $\mu$ 反映了系统当前运行状态离极限传输状态的距离, 其最大值为1, 最小值为0。当 $\mu$ 取得最小值0时, 系统运行在电压稳定临界点, 因此 $\mu$ 能有效地反映电压稳定的裕度。阻抗模裕度指标, 也是电压稳定性分析最直观的指标。根据阻抗模裕度大小, 对系统节点电压稳定性强弱排序, 可以确定系统电压稳定性最弱的节点。本质上看, 该指标仅对当前运行状态进行分析, 等价于雅可比矩阵特征根指标, 所以无法计及潮流约束方程的非线性。只有进一步计算电压稳定边界, 才能完整描述系统的非线性性质。

### 3.3 注入功率约束方程

研究两种典型情形, 验证动态分析方法的正确性。其他指定负荷与指定电源组合情形, 依此类推。

1) 系统功率同步扰动: 负荷功率同步增大, 负荷功率在各电源之间按初始功率比例分摊, 网损变化全部由平衡节点承担, 并考虑PV节点无功功率越限约束。注入功率约束方程如下

对于PQ节点, 有

$$\begin{cases} P_{is} = \lambda P_{i0} \\ Q_{is} = \lambda Q_{i0} \end{cases} \quad (34)$$

对于PV节点, 有

$$\begin{cases} P_{is} = \lambda P_{i0} \\ Q_{icmin} \leq Q_{ic} \leq Q_{icmax} \end{cases} \quad (35)$$

$\lambda$ 为功率控制参数。式(35)表明, 如果 $Q_{ic}$ 不越限, 则该节点是PV节点; 如果 $Q_{ic}$ 越限, 则PV节点转换为PQ节点。

2) 单个PQ节点负荷功率扰动: 被研究节点负荷功率增大, 其他负荷及电源节点功率恒定, 负荷功率及网损变化全部由平衡节点承担, 并考虑PV节点无功功率越限约束。注入功率约束方程为

对于被研究PQ节点 $i$ , 有

$$\begin{cases} P_{is} = \lambda P_{i0} \\ Q_{is} = \lambda Q_{i0} \end{cases} \quad (36)$$

对于其他PQ节点 $j$ , 有

$$\begin{cases} P_{js} = P_{j0} = \text{constant} \\ Q_{js} = Q_{j0} = \text{constant} \end{cases}, \quad j \neq i \quad (37)$$

对于PV节点 $j$ , 有

$$\begin{cases} P_{js} = P_{j0} = \text{constant} \\ Q_{jcmin} \leq Q_{jc} \leq Q_{jcmax} \end{cases}, \quad j \neq i \quad (38)$$

### 3.4 算例与分析

以IEEE14节点系统为例, 先考虑系统同步功率扰动情形。连续增大负荷功率, 在不同负荷水平下, 计算各PQ节点系统综合动态等值阻抗、负荷静态等值阻抗和阻抗模裕度。结果见表1。

分析表1结果, 得到如下结论:

1) 随着负荷水平增大, 所有负荷节点阻抗模裕度均一致地趋于零( $\mu \rightarrow 0$ ), 即负荷功率越大, 阻抗模裕度越小。在潮流计算收敛的最大可能极限功率( $\lambda=1.78301$ )下, 阻抗模裕度仍然为很小的正数, 表明潮流计算收敛的最大可能极限功率仍小于真实的极限功率。计算结果证明, 负荷节点功率达到极大值的必要条件是正确的。

2) 根据负荷阻抗模裕度的大小, 可以判断负荷节点电压稳定性强弱。节点4和5运行在较高的电压稳定水平, 节点13与14运行在较低的电压稳定水平。其中, 节点5电压稳定性最强, 节点14电压稳定性最弱。负荷功率同步增大, 节点电压稳定性强弱顺序保持不变。参考IEEE14网络结构图, 节点5离电源最近, 节点14离电源最远。根据负

表 1 IEEE14 节点系统不同负荷水平下  
统同步功率扰动阻抗模裕度

Tab. 1 IEEE14 bus system impedance mode synchronous  
power system margin under different load levels of  
disturbance

$\lambda$	节点	$Z_{THEV}/pu$	$Z_{LD}/pu$	$\mu/pu$
1.0	4	0.016 7+j0.403 0	-2.156 3+j0.175 9	0.813 6
	5	-0.452 2 +j2.117 1	-13.115 3-j2.761 1	0.838 5
	9	-0.491 7+j0.695 1	-2.872 9-j1.616 6	0.741 7
	10	-1.701 7+j2.097 9	-8.677 3-j5.592 0	0.738 3
	11	-4.476 0+j5.916 4	-25.248 4-j12.984 9	0.738 7
	12	-2.162 5+j4.248 4	-17.078 9-j4.479 7	0.730 0
	13	-1.132 3+j1.674 4	-6.899 9-j2.964 4	0.730 8
	14	-0.774 0+j1.724 3	-6.471 7-j2.171 7	0.723 1
1.3	4	0.311 9+j0.365 4	-1.573 2+j 0.128 4	0.695 6
	5	1.271 9+j2.334 1	-9.612 1-j2.023 6	0.729 4
	9	-0.105 3+j0.984 1	-2.065 4-j1.162 2	0.582 4
	10	-0.510 6+j3.091 9	-6.229 2-j4.014 4	0.577 1
	11	-0.581 4+j8.523 0	-18.297 6-j9.410 2	0.584 8
	12	0.711 7+j5.365 1	-12.414 9-j3.256 4	0.578 3
	13	-0.013 1+j2.310 2	-4.993 3-j2.145 3	0.574 9
	14	0.146 8+j2.164 1	-4.601 2-j1.544 0	0.553 1
1.6	4	0.356 9+j0.364 6	-1.063 3+j0.086 8	0.521 8
	5	1.659 5+j2.427 3	-6.620 6-j1.393 8	0.565 4
	9	-0.130 0+j0.916 7	-1.294 4-j0.728 2	0.376 6
	10	-0.575 0+j2.844 2	-3.874 4-j2.496 5	0.370 4
	11	-0.821 3+j7.986 2	-11.499 2-j5.913 1	0.379 1
	12	0.450 1+j5.038 8	-7.781 5-j2.040 3	0.371 1
	13	-0.095 7+j2.135 5	-3.104 3-j1.333 4	0.367 3
	14	0.037 6+j1.931 4	-2.784 1-j0.934 0	0.342 2
1.783 01	4	0.571 4+j0.352 8	-0.674 1+j0.055 0	0.007 1
	5	3.480 9+j2.726 6	-4.363 7-j0.918 7	0.008 5
	9	-0.106 9+j0.756 7	-0.668 0-j0.375 9	0.003 0
	10	-0.469 7+j2.278 4	-1.961 0-j1.263 8	0.002 9
	11	-0.742 0+j6.656 7	-5.974 3-j3.072 5	0.003 0
	12	0.237 2+j4.124 5	-4.007 5-j1.051 2	0.002 8
	13	-0.100 8+j1.693 7	-1.563 3-j0.671 6	0.002 8
	14	-0.006 3+j1.365 5	-1.297 6-j0.435 4	0.002 3

荷阻抗模裕度指标确定节点电压稳定性强弱排序，  
结论合理，可信度好。

系统同步功率扰动，只需一次回代运算，即可  
算出所有负荷节点的阻抗裕度。最小阻抗模裕度决  
定系统电压稳定整体水平，但不能根据阻抗模裕度  
大小，准确判断负荷节点的电压稳定强弱顺序。例  
如，单端供电 3 节点链式结构系统，末端负荷节点  
始终是电压稳定最薄弱节点。如果中间节点负荷较  
重，而末端节点负荷趋于零，则末端节点的阻抗模  
裕度趋于 1，就不能得到末端负荷节点是电压稳定

最薄弱节点的假设。但是，该系统中，阻抗模裕度  
最小值决定系统电压稳定整体水平，重点监控最小  
阻抗模裕度节点的电压稳定水平仍然最有价值。

再考虑单个 PQ 节点负荷功率扰动情形。在基  
态下，分别计算 PQ 节点的系统综合动态等值阻抗、  
戴维南等值电势和负荷阻抗模裕度，结果见表 2。

表 2 IEEE14 节点系统基态下  
单节点负荷功率扰动阻抗模裕度

Tab. 2 IEEE14 bus system impedance load power margin  
disturbance under state single-node mode

节点	$\dot{E}_{THEV}/pu$	$Z_{THEV}/pu$	$\mu/pu$
4	1.014 8-j0.135 9	0.017 0+j0.101 3	0.952 5
5	1.011 1-j0.149 4	0.004 9+j0.091 0	0.993 2
9	1.058 2-j0.212 1	-0.047 7+j0.216 7	0.932 7
10	1.032 3-j0.254 5	-0.028 3+j0.254 1	0.975 2
11	1.028 5-j0.261 3	-0.025 1+j0.288 6	0.989 8
12	1.031 3-j0.255 6	0.023 6+j0.376 9	0.978 6
13	1.033 5-j0.239 2	-0.047 8+j0.285 9	0.961 4
14	1.030 3-j0.243 9	0.030 7+j0.359 4	0.947 2

分析表 2 结果，得到如下结论：

1) 与表 1 结果比较，单节点负荷功率扰动阻  
抗模裕度，远大于系统负荷功率同步扰动的阻抗模  
裕度。这表明，单节点负荷功率扰动情况下，系统  
对负荷节点电压支持能力较强。

2) 分析表 2 阻抗模裕度的顺序，节点 5 与 11  
阻抗模裕度较大，节点 9 与 14 阻抗模裕度较小，  
与表 1 中的顺序并不完全一致。节点 5 与 11 初始  
负荷较轻，负荷静态阻抗很大，使得其阻抗模裕度  
较大；而节点 13 与 14 初始负荷较重，负荷静态阻  
抗较小，使得其阻抗模裕度较小。由此得出结论：  
与系统同步功率扰动情形比较，单节点负荷功率扰  
动的阻抗模裕度与节点负荷功率的大小有更强的  
相关性。

4 结论

1) 本文提出了电力系统电压稳定分析的动态  
分析方法，定义了电力系统的综合动态等值阻抗。  
根据复变系统动态分析原理，可以直接分析电力系  
统节点电压与注入节点电流的动态关系，为进一步  
建立电力系统的非线性等值模型提供了理论基础。

2) 证明了非解析复变电力系统极大传输功率  
的必要条件是，系统综合动态等值阻抗模等于负荷  
静态等值阻抗模。根据电力系统极大传输功率判  
据，可以进一步应用电力系统非线性等值模型快速  
准确计算极限潮流。电力系统极大传输功率判据，

也可用于判断大规模电力系统潮流解是否可行。

3) 仿真计算表明: 电力系统极大传输功率的必要条件是正确; 评价节点电压稳定性的阻抗模裕度指标计算结果也是合理的。阻抗模裕度最小值决定系统电压稳定整体水平, 重点监控最小阻抗模裕度节点的电压稳定水平最有价值。

## 参考文献

- [1] Hque M H . A fast method for determining the voltage stability limit of a power system[J] . Electric Power System Research , 1995 , 32(1) : 35-43 .
- [2] Fusco G , Losi A , Russo M . Constrained least squares methods for parameter tracking of power system steady-state equivalent circuits[J] . IEEE Trans . on Power Delivery , 2000 , 15(3) : 1073-1080 .
- [3] 柳焯 . 电压稳定问题中重负荷节点的阻抗解析[J] . 中国电机工程学报 , 2000 , 20(4) : 35-39 .  
Liu Zhuo . The impedance analyses of heavy load node in voltage stability studies[J] . Proceedings of the CSEE , 2000 , 20(4) : 35-39(in Chinese) .
- [4] 李兴源 , 王秀英基于静态等值和奇异值分解的快速电压稳定性分析方法[J] . 中国电机工程学报 , 2003 , 23(4) : 1-4 .  
Li Xingyuan , Wang Xiuying . Fast voltage stability methods based on static equivalence and singular value resolution[J] . Proceedings of the CSEE , 2003 , 23(4) : 1-4(in Chinese) .
- [5] Chung T S , Fu Y . A fast voltage security assessment method via extended ward equivalent and neural network approach[J] . IEEE Power Engineering Review , 1999 , 19(10) : 40-43 .
- [6] Raham T K A , Jasmon G B . A new technique for voltage stability analysis in a power system and improved loadflow algorithm for distribution network[J] . IEEE Power Engineering Review , 1995 , 20(3) : 714-719 .
- [7] 李来福 , 柳焯 , 于继来 , 等 . 节点戴维南等值参数在线跟踪简捷算法[J] . 中国电机工程学报 , 2006 , 26(10) : 40-44 .  
Li Laifu , Liu Jin , Yu Jilai , et al . A simple and direct method of on-line tracking Thevenin equivalent parameters of load node[J] . Proceedings of the CSEE , 2006 , 26(10) : 40-44(in Chinese) .
- [8] 廖国栋 , 王晓茹 . 电力系统戴维南等值参数辨识的不确定性模型[J] . 中国电机工程学报 , 2008 , 28(28) : 74-79 .  
Liao Guodong , Wang Xiaoru . Uncertain models for identification of electric power system thevenin equivalent parameters[J] . Proceedings of the CSEE , 2008 , 28(28) : 74-79(in Chinese) .
- [9] 刘宝柱 , 于继来 . 基于阻抗动态进的 PVZ 曲线快速求解[J] . 中国电机工程学报 , 2004 , 24(9) : 104-109 .  
Liu Baozhu , Yu Jilai . Fast computation of PVZ curves with impedance dynamic step[J] . Proceedings of the CSEE , 2004 , 24(9) : 104-109(in Chinese) .
- [10] 汤涌 , 孙华东 , 易俊 , 等 . 基于全微分的戴维南等值参数跟踪算法[J] . 中国电机工程学报 , 2009 , 29(13) : 48-53 .  
Tang Yong , Sun Huadong , Yi Jun , et al . Tracing algorithm for thevenin equivalent parameters based on complete differential equation[J] . Proceedings of the CSEE , 2009 , 29(13) : 48-53(in Chinese) .
- [11] 李来福 , 于继来 , 柳焯 . 戴维南等值参数的漂移问题研究[J] . 中国电机工程学报 , 2005 , 25(20) : 1-5 .  
Li Laifu , Yu Jilai , Liu Zhuo . Research on parameters drift problem in tracking Thevenin equivalent[J] . Proceedings of the CSEE , 2005 , 25(20) : 1-5(in Chinese) .
- [12] 熊宁 , 程浩忠 , 马则良 , 等 . 负荷不确定性电网的电压稳定性评价方法[J] . 电力系统自动化 , 2008 , 32(8) : 24-27 .  
Xiong Ning , Cheng Haozhong , Ma Zeliang , et al . The method of evaluate the voltage stability margin with load uncertainty[J] . Automation of Electric Power Systems , 2008 , 32(8) : 24-27(in Chinese) .
- [13] Milosevic B , Begovic M . Voltage-stability protection and control using a wide-area network of phasor measurements[J] . IEEE Transactions on Power Systems , 2003 , 18(1) : 121-127 .
- [14] 罗华伟 , 吴政球 , 戴庆华 , 等 . 电网戴维南等值参数的快速计算[J] . 中国电机工程学报 , 2009 , 29(1) : 35-39 .  
Luo Huawei , Wu Zhengqiu , Dai Qinghua , et al . Fast computation of thevenin equivalent parameters[J] . Proceedings of the CSEE , 2009 , 29(1) : 35-39(in Chinese) .
- [15] 汪洋 , 卢继平 , 李文沅 , 等 . 基于局部网络电压相等的等值模型及其电压稳定性指标[J] . 中国电机工程学报 , 2008 , 28(34) : 52-58 .  
Wang Yang , Lu Jiping , Li Wenyuan , et al . An equivalent model and voltage stability index based on local network voltage phasors[J] . Proceedings of the CSEE , 2008 , 28(34) : 52-58(in Chinese) .



刘光晔

收稿日期: 2012-06-28。

作者简介:

刘光晔(1960), 男, 博士, 教授, 博士生导师, 从事电力系统分析与控制、输变电技术、铁路牵引供电系统、电力系统继电保护研究;

施海亮(1985), 男, 硕士, 工程师, 现在江苏镇江供电公司工作, 从事电压稳定分析与电力系统自动化研究;

杨以涵(1927), 男, 教授, 博士生导师, 从事电力系统分析与控制、电力市场、配电系统自动化等方面研究。

(责任编辑 张玉荣)



# Comprehensive Dynamic Analysis Method for Power System Static Voltage Stability

LIU Guangye<sup>1</sup>, SHI Hailiang<sup>1</sup>, YANG Yihan<sup>2</sup>

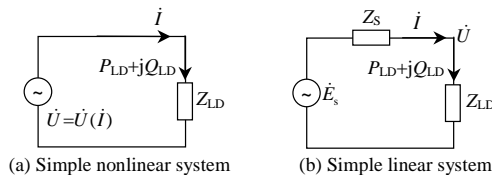
(1. Hunan University; 2. North China Electric University)

**KEY WORDS:** power system; comprehensive equivalent; voltage stability; dynamic analysis; dynamic impedance

Looking from the load bus, the comprehensive dynamic equivalent method can be used to simplify any complex power system. As both the power source and the load use the injected power model in the power flow equations, the power system's node voltage is not an analytical complex variable function of the current injected into the node. The dynamic analysis method of a non-linear circuit cannot directly use the analysis of the complex variable power system.

In fact, the comprehensive equivalent circuit of a complex non-linear real variable system can be fully described by the curve connecting bus voltage and the current injected into the bus. In a complex variable power system, if the complex variable function relationship of the bus voltage with current injected into the bus is examined, the complex variable voltage-current curve can be used to describe the non-linear properties of the power system parameters. As the power system is a non-analytical complex variable system, bus voltage is not an analytical complex variable function of load current. In a complex domain, the derivative of bus voltage with respect to load current is not a direct process.

Fig. 1(a) shows a simple nonlinear system, assuming the direction of current is from source to load.



**Fig. 1 Dynamic equivalent of a simple nonlinear system**

In a power system, the injected system power is the disturbed variable or the controlled variable. The node voltage and the current injected into the node are the state variables. The injected system power is taken as the variable parameter. According to the chain rule of the derivative of a composite function, and in harmony with equation (1), the dynamic equivalent impedance of the power system is defined as:

$$-\frac{d\dot{U}/d\lambda}{d\dot{I}/d\lambda} = -\frac{d\dot{U}}{d\dot{I}} = Z_{THEV} \quad (1)$$

$\lambda$  is the variable parameter of the power injected into the system in equation (1), which can be used to reflect the aim of the system's dynamic equivalent impedance as: to strictly extend the criterion used to analyze the maximum power transfer of an analytical complex variable system to the non-analytical complex variable system. Through (1), the system's

comprehensive dynamic equivalent circuit can be seen as depicted in Fig. 1(b). The necessary condition for maximum power transfer in a non-analytical complex variable power system has been proved as:

$$|Z_{THEV}| = |Z_{LD}| \quad (2)$$

Equation (2) shows the necessary condition for the non-analytical complex variable power system's load node active power to reach its maximum value. Thus, the absolute value of the load static equivalent impedance must be equal to that of the system's dynamic equivalent impedance. Applying the maximum power transfer limit criterion, together with the non-linear equivalent model of the power system, the critical voltage of voltage stability can be deduced. By this way, the calculation speed of the saddle-node bifurcation point is greatly enhanced.

The margin of the load impedance absolute value is defined as:

$$\mu_i = (|Z_{ILD}| - |Z_{THEV}|) / |Z_{ILD}| \quad (3)$$

According to the margin size of the impedance absolute value with regard to the strength of system node voltage stability, it is possible to determine the weakest node of voltage stability. By the example of the IEEE14 bus system, the Thevenin's equivalent potential and the load impedance absolute value margin are respectively calculated, and the results are shown in Tab. 1.

**Tab. 1 Impedance absolute value margins of a single node load power disturbance under IEEE14 bus system status**

Node	$\dot{E}_{THEV}/pu$	$Z_{THEV}/pu$	$\mu/pu$
4	1.014 8-j0.135 9	0.017 0+j0.101 3	0.952 5
5	1.011 1-j0.149 4	0.004 9+j0.091 0	0.993 2
9	1.058 2-j0.212 1	-0.047 7+j0.216 7	0.932 7
10	1.032 3-j0.254 5	-0.028 3+j0.254 1	0.975 2
11	1.028 5-j0.261 3	-0.025 1+j0.288 6	0.989 8
12	1.031 3-j0.255 6	0.023 6+j0.376 9	0.978 6
13	1.033 5-j0.239 2	-0.047 8+j0.285 9	0.961 4
14	1.030 3-j0.243 9	0.030 7+j0.359 4	0.947 2

Tab. 1 shows that the values for nodes 5 and 11 are quite bigger whereas those for nodes 9 and 14 are smaller. Node 5 has the strongest voltage stability whereas node 14 has the weakest one. Simulation results also show that the necessary condition for maximum power transfer of a power system is correct. The smallest value of the impedance modulus margin determines the system's overall level of voltage stability. It is valuable to focus attention on monitoring the node voltage stability level of the minimum impedance modulus margin.